TẠ VĂN ĐĨNH

PHƯƠNG PHÁP TÍNH

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

GS. TẠ VĂN ĐĨNH

PHƯƠNG PHÁP TÍNH

(Dùng cho các trường đại học kĩ thuật)

(Tái bản lần thứ mười bảy)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI GIỚI THIỆU

Cuốn sách phương pháp tính xuất bản lần đầu năm 1992 là giáo trình chuyên đề – 30 tiết – về các phương pháp tính gần đúng, dùng trong các trường đại học kĩ thuật. Trong lần tái bản này cuốn sách được sửa chữa và bổ sung thêm các sơ đồ tóm tắt cho các phương pháp, giúp sinh viên tổng kết, tóm tắt kiến thức để làm bài tập cũng như cài đặt trên máy vi tính.

Cuốn sách có thể dùng làm tài liệu tra cứu cho các kĩ sư về phương pháp tính.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Giáo trình Phương pháp tính – 30 tiết – được đưa vào dạy ở các trường đại học kĩ thuật nhằm cung cấp cho sinh viên những kiến thức mở đầu cơ bản về môn học phương pháp tính. Nhưng cho đến nay giáo trình này vẫn chưa có sách giáo khoa tương ứng, phù hợp với yêu cầu, nội dung và thời gian. Sau nhiều năm giảng dạy ở trường Đại học Bách khoa Hà Nội, chúng tôi mạnh dạn viết cuốn sách nhỏ này nhằm cung cấp tài liệu học tập cho sinh viên và trao đổi kinh nghiệm với các bạn đồng nghiệp. Về nội dung, chúng tôi giới hạn vào những vấn đề cơ bản và thông dụng như : khái niệm sai số, cách tính gần đúng nghiệm của một phương trình, của một hệ phương trình đại số tuyến tính, phép nội suy, phương pháp bình phương bé nhất thành lập công thức thực nghiệm, tính gần đúng đạo hàm và tích phân xác định, tính gần đúng nghiệm của bài toán Côsi đối với phương trình vi phân thường. Đây là một tài liệu mở đầu cho môn phương pháp tính, nên phương châm của chúng tôi là : nhẹ phần chứng minh, nặng phần gợi ý dẫn giải ra phương pháp nêu rõ quy trình tính toán, có thí dụ minh hoạ, có bài tập ôn luyện. Học xong giáo trình này sinh viên có thể sử dụng những phương pháp tính đã trình bày để tính tay hay lập chương trình thực hiện trên máy vi tính. Chúng tôi cố gắng làm rõ những khái niệm cơ bản như các loại sai số, các công thức tính, các thuật tính cụ thể của mỗi phương pháp và sự hội tụ của một phương pháp gần đúng nhưng không đi sâu vào phần lí thuyết tinh vi mà chủ yếu là thông qua các giải thích thông thường và các thí dụ minh hoạ. Ngoài ra, có một số vấn đề tinh vi của môn phương pháp tính, sinh viên nên biết, nhưng không thể đưa vào chương trình giảng dạy, được giới thiệu với bạn đọc thông qua một số phụ lục ngắn.

Như vậy, một giáo trình 30 tiết ở hệ chính quy có thể bỏ qua các phụ lục và một vài chứng minh, ở các hệ tại chức có thể bỏ qua các phụ lục và các chứng minh.

Trong lần xuất bản đầu, cuốn sách không tránh khỏi thiếu sót, chúng tôi mong nhận được ý kiến nhận xét, phê bình của bạn đọc.

Chúng tôi xin cảm ơn Khoa đại học Tại chức và Khoa Toán – Tin ứng dụng Trường đại học Bách khoa Hà Nội đã khuyến khích chúng tôi hoàn thành cuốn sách.

Tháng 7 năm 1991

Tác giả

Chương 1

SAI SỐ

§1.1. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI VÀ SAI SỐ TƯƠNG ĐỐI

1. Sai số tuyệt đối

Trong tính gần đúng ta làm việc với các giá trị gần đúng của các đại lượng. Cho nên vấn đề đầu tiên cần nghiên cứu, là vấn đề sai số. Xét đại lượng đúng A có giá trị gần đúng là a. Lúc đó ta nói "a *xấp xỉ* A" và viết "a $\approx$ A". Trị tuyệt đối $|a - A|$ gọi là *sai số tuyệt đối* của a (xem là giá trị gần đúng của A). Vì nói chung ta không biết số đúng A, nên không tính được sai số tuyệt đối của a. Do đó ta tìm cách *ước lượng* sai số đó bằng số dương Δ_a nào đó lớn hơn hoặc bằng $|a - A|$:

$$|a - A| \leq \Delta_a \tag{1.1}$$

Số dương Δ_a này gọi là *sai số tuyệt đối giới hạn* của a. Rõ ràng nếu Δ_a đã là sai số tuyệt đối giới hạn của a thì mọi số $\Delta' > \Delta_a$ đều có thể xem là sai số tuyệt đối giới hạn của a. Vì vậy trong những điều kiện cụ thể người ta chọn Δ_a là số dương *bé nhất có thể được* thoả mãn (1.1).

Nếu số xấp xỉ a của A có sai số tuyệt đối giới hạn là Δ_a thì ta quy ước viết :

$$A = a \pm \Delta_a \tag{1.2}$$

với nghĩa của (1.1) tức là :

$$a - \Delta_a \leq A \leq a + \Delta_a \tag{1.3}$$

2. Sai số tương đối

Tỉ số $\frac{|a - A|}{|a|} \simeq \frac{|a - A|}{|A|}$ gọi là sai số tương đối của a (so với A). Nói chung tỉ số đó không tính được vì A nói chung không biết.

Ta gọi tỉ số :

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \tag{1.4}$$

gọi là *sai số tương đối giới hạn* của a.

Ta suy ra : $\Delta_a = |a|\delta_a$ (1.5)

Các công thức (1.4) và (1.5) cho liên hệ giữa sai số tương đối và sai số tuyệt đối. Biết Δ_a thì (1.4) cho phép tính δ_a, biết δ_a thì (1.5) cho phép tính Δ_a.

Do (1.5) nên (1.2) cũng có thể viết :

$$A = a(1 \pm \delta_a) \tag{1.6}$$

Trong thực tế người ta xem Δ_a là sai số tuyệt đối và lúc đó δ_a cũng gọi là sai số tương đối.

3. Chú thích

Sai số tuyệt đối không nói lên đầy đủ "*chất lượng*" của một số xấp xỉ, "chất lượng" ấy được phản ánh qua sai số tương đối. Lấy thí dụ : đo hai chiều dài A và B được a = 10m với Δ_a = 0,05m và b = 2m với Δ_b = 0,05m. Rõ ràng phép đo A thực hiện "chất lượng" hơn phép đo B. Điều đó không phản ánh qua sai số tuyệt đối vì chúng bằng nhau, mà qua sai số tương đối :

$$\delta_a = \frac{0{,}05}{10} = 0{,}5\% < \delta_b = \frac{0{,}05}{2} = 2{,}5\%$$

§1.2. CÁCH VIẾT SỐ XẤP XỈ

1. Chữ số có nghĩa

Một số viết ở dạng thập phân có thể gồm nhiều chữ số, nhưng ta chỉ kể các chữ số từ chữ số khác không đầu tiên tính